

ĐỀ 12

Câu 1. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $\frac{4}{3}Bh$

B. $3Bh$

C. $\frac{1}{3}Bh$

D. Bh

Giải

Theo công thức tính thể tích lăng trụ.

Chọn D

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6 .

B. 3 .

C. 12 .

D. 6 .

Giải

Ta có: $d = u_2 - u_1 = 6$.

Chọn D

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		2		$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng:

A. $(-\infty; -1)$

B. $(3; +\infty)$

C. $(-2; 2)$

D. $(-1; 3)$

Giải

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1; 3)$

Chọn D

Câu 4. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các cạnh lần lượt là $a, 2a, 3a$ bằng

A. $6a^3$.

B. $3a^3$.

C. a^3 .

D. $2a^3$.

Giải

$$V = a.2a.3a = 6a^3 \text{ (đvtt)}$$

Chọn A

Câu 5. Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7 .

B. A_7^2 .

C. C_7^2 .

D. 7^2 .

Giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh của 7 học sinh là: C_7^2 .

Chọn C

Câu 6. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$.

A. $I = 0$.

B. $I = 1$.

C. $I = 2$.

D. $I = -\frac{1}{2}$.

Giải

$$I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big|_{-1}^0 = 0 - 0 = 0.$$

Chọn A

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số là số nào sau đây?

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

A. -4

B. 3

C. 0

D. -1

Giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số là -4

Chọn A

Câu 8. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_0^1 g(x) dx = -2$. Tính giá trị của biểu thức $I = \int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. 12

B. 9

C. 6

D. -6

Giải

$$\text{Ta có: } I = \int_0^1 [2f(x) - 3g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx - 3 \int_0^1 g(x) dx = 2 \cdot 3 - 3 \cdot (-2) = 12$$

Chọn A

Câu 9. Tính thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và độ dài đường sinh bằng 5.

A. 12π .

B. 36π .

C. 16π .

D. 48π .

Giải

$$\text{Bán kính đường tròn đáy của khối nón là } r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3$$

$$\text{Vậy thể tích của khối nón là } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = 12\pi$$

Chọn A

Câu 10. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z_1 + z_2 = 3 + 4i$

B. $z_1 + z_2 = 3 - 4i$

C. $z_1 + z_2 = 4 + 3i$

D. $z_1 + z_2 = 4 - 3i$

Giải

$$\text{Ta có: } z_1 + z_2 = 3 - 4i.$$

Chọn B

Câu 11. Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

A. $x = \frac{3}{2}$

B. $x = 2$

C. $x = \frac{5}{2}$

D. $x = 1$

Giải

Ta có: $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$

Chọn B

Câu 12. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$. Xác định số phức liên hợp $\bar{z}$ của z .

A. $\bar{z} = 3+5i$.

B. $\bar{z} = -5+3i$.

C. $\bar{z} = 5+3i$.

D. $\bar{z} = 3-5i$.

Giải

$M(3; -5)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 3-5i$.

Số phức liên hợp $\bar{z}$ của z là: $\bar{z} = 3+5i$.

Chọn A

Câu 13. Số phức nghịch đảo của số phức $z = 1+3i$ là

A. $\frac{1}{10}(1-3i)$.

B. $1-3i$.

C. $\frac{1}{\sqrt{10}}(1+3i)$.

D. $\frac{1}{10}(1+3i)$.

Giải

Chọn A

Câu 14. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2$.

B. $2 + \ln 2$.

C. 3.

D. 4.

Giải

$$F(x) = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \text{ mà } F(0) = 2 \text{ nên } F(x) = \ln|x+1| + 2.$$

$$\text{Do đó } F(1) = 2 + \ln 2.$$

Chọn B

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$. Tính môđun của z .

A. $|z| = 4$.

B. $|z| = \sqrt{17}$.

C. $|z| = 16$.

D. $|z| = 17$.

Giải

$$\text{Ta có: } z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}.$$

Chọn B

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 27 + \cos x$ và $f(0) = 2019$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 27x + \sin x + 1991$ B. $f(x) = 27x - \sin x + 2019$ C. $f(x) = 27x + \sin x + 2019$ D. $f(x) = 27x - \sin x - 2019$

Giải

$$f'(x) = 27 + \cos x \Rightarrow \int f'(x) dx = \int (27 + \cos x) dx \Rightarrow f(x) = 27x + \sin x + C$$

$$\text{Mà } f(0) = 2019 \Rightarrow 27.0 + \sin 0 + C = 2019 \Leftrightarrow C = 2019 \Rightarrow f(x) = 27x + \sin x + 2019$$

Chọn C

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;5)$, $B(2;0;1)$, $C(0;9;0)$. Tìm trọng tâm G của tam giác ABC .

A. $G(1;5;2)$.

B. $G(1;0;5)$.

C. $G(1;4;2)$.

D. $G(3;12;6)$.

Giải

$$\text{Theo công thức tọa độ trọng tâm ta có } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1+2+0}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{3+0+9}{3} = 4 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{5+1+0}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(1;4;2).$$

Chọn C

Câu 18. Đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 0

B. 2

C. 4

D. 3

Giải

Xét phương trình

$$-\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)(x^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 = 0 \\ x^2 - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = -1 \text{ (VN)} \\ x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

Vậy đồ thị hàm số $y = -\frac{x^4}{2} + x^2 + \frac{3}{2}$ cắt trục hoành tại hai điểm.

Chọn B

Câu 19. Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$.

A. $I(2;4)$

B. $I(4;2)$

C. $I(2;-4)$

D. $I(-4;2)$

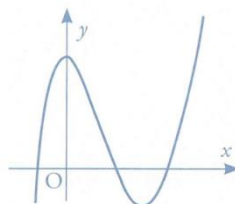
Giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ có TCN $y = 2$ và TCD $x = -4$. Vậy tọa độ điểm I là giao điểm của hai

đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$ là: $I(-4;2)$.

Chọn D

Câu 20. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$.

C. $y = x^4 - 2x^3 + 3$.

D. $y = -x^4 + 2x^3 + 3$.

Giải

Dạng hàm bậc ba nên loại C và loại D

Từ đó thì ta có $a > 0$ do đó loại B

Chọn A

Câu 21. Với a và b là hai số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\sqrt{a}}(a^2b)$ bằng

- A. $4 + 2\log_a b$ B. $1 + 2\log_a b$ C. $1 + \frac{1}{2}\log_a b$ D. $4 + \frac{1}{2}\log_a b$

Giải

Ta có $\log_{\sqrt{a}}(a^2b) = 2\log_a(a^2b) = 2[\log_a a^2 + \log_a b] = 2(2 + \log_a b) = 4 + 2\log_a b$.

Chọn A

Câu 22. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ này là:

- A. $35\pi \text{ cm}^2$ B. $70\pi \text{ cm}^2$ C. $\frac{70}{3}\pi \text{ cm}^2$ D. $\frac{35}{3}\pi \text{ cm}^2$

Giải

$$S_{xq} = 2\pi rh = 70\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Chọn B

Câu 23. Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên $[-4; 0]$ lần lượt là M và m . Giá trị của $M + m$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. $-\frac{28}{3}$. C. -4 . D. $-\frac{4}{3}$.

Giải

Hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ xác định và liên tục trên $[-4; 0]$.

$$y' = x^2 + 4x + 3, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1(n) \\ x = -3(n) \end{cases}. f(0) = -4, f(-1) = -\frac{16}{3}, f(-3) = -4, f(-4) = -\frac{16}{3}.$$

$$\text{Vậy } M = -4, m = -\frac{16}{3} \text{ nên } M + m = -\frac{28}{3}.$$

Chọn B

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $\log(x-1)^2 = 2$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. một số khác.

Giải

$$\text{Ta có } \log(x-1)^2 = 2 = \log 10^2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 100 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11 \\ x = -9 \end{cases}.$$

Chọn A

Câu 25. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x}$ ($x > 0$) dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

- A. $P = x^{\frac{1}{12}}$. B. $P = x^{\frac{5}{12}}$. C. $P = x^{\frac{1}{7}}$. D. $P = x^{\frac{5}{4}}$.

Giải

$$\text{Ta có } P = \left(x \cdot x^{\frac{1}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(x^{\frac{5}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{5}{12}}$$

Chọn B

Câu 26. Trong không gian Oxyz, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây

- A. $(3; 1; 3)$. B. $(2; 1; 3)$. C. $(3; 1; 2)$. D. $(3; 2; 3)$.

Giải**Chọn A**

Câu 27. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng:

- A. $R = 3$ B. $R = 4$ C. $R = 2$ D. $R = 5$

Giải

$$\text{Mặt cầu } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0 \text{ có } a = 1; b = 0; c = 0; d = -3 \Rightarrow R = \sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2 - (-3)} = 2$$

Chọn C

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$

- A. $y' = 3^{x+1} \ln 3$ B. $y' = (1+x) \cdot 3^x$ C. $y' = \frac{3^{x+1}}{\ln 3}$ D. $y' = \frac{3^{x+1} \cdot \ln 3}{1+x}$

Giải

$$\text{Ta có: } y' = (3^{x+1})' = 3^{x+1} \ln 3$$

Chọn A

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4

Giải

Nhận thấy y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ 2 lần $\Rightarrow$ Hàm số có 2 điểm cực tiểu

Chọn B

Câu 30. Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x} > \frac{1}{125}$ là:

- A. $S = (0; 2)$ B. $S = (-\infty; 2)$ C. $S = (-\infty; -3)$ D. $S = (2; +\infty)$

Giải

$$5^{1-2x} > 5^{-3} \Rightarrow 1-2x > -3 \Rightarrow x < 2.$$

Chọn B

Câu 31. Trong không gian tọa độ Oxyz, mặt phẳng chứa trục Oz và đi qua điểm $I(1; 2; 3)$ có phương trình là

- A. $2x - y = 0$ B. $z - 3 = 0$ C. $x - 1 = 0$ D. $y - 2 = 0$

Giải

Mặt phẳng chứa trục Oz $\square$ mặt phẳng cần tìm có 1 VTCP là $\vec{k} = (0; 1; 1)$

$\Rightarrow \vec{k} \perp \vec{n}$ với $\vec{n}$ là VTPT của mặt phẳng cần tìm.

+) Xét đáp án A: có $\vec{n} = (2; -1; 0) \Rightarrow \vec{n} \cdot \vec{k} = 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 = -1 \neq 0$

Thay tọa độ điểm $I(1; 2; 3)$ vào phương trình ta được: $2 \cdot 1 - 2 = 0 \Rightarrow$ thỏa mãn

Chọn A

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 2)$, $B(3; -2; 0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u} = (2; -4; 2)$ B. $\vec{u} = (2; 4; -2)$ C. $\vec{u} = (-1; 2; 1)$ D. $\vec{u} = (1; 2; -1)$

Giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -4; -2) = -2(-1; 2; 1)$.

Chọn C

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z - 5 = 0$ là

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3t \end{cases}$

Giải

Đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và nhận $\vec{n}_p = (2; 1; -3)$ là một VTCP

$$\Rightarrow d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -3t \end{cases}$$

Với $t = 1$ thì ta được điểm $M(3; 3; -3)$

Thay tọa độ điểm $M(3; 3; -3)$ vào phương trình đường thẳng (đúng)

Chọn A

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$. B. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 4$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$.

Giải

Tâm $I(2; 2; 2)$, $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{2}$. Mặt cầu đường kính AB : $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 2$.

Chọn A

Câu 35. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = 2x - \cos 2x - 5$ B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ C. $y = x^2 - 2x$ D. $y = \sqrt{x}$

Giải

+) Đáp án A: $y' = 2 + 2\sin 2x$

Ta có: $-1 \leq \sin 2x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin 2x \leq 1 \Rightarrow 1 \leq 2 - \sin 2x \leq 3$

$\Rightarrow y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Chọn A

+) Đáp án B: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\} \Rightarrow$ loại đáp án B

+) Đáp án C: $y' = 2x - 2 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow$ hàm số có y' đổi dấu tại $x = 1$. (loại C)

+) Đáp án D: $D = (0; +\infty) \Rightarrow$ loại đáp án D

Chọn A

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $SA = 2a$, tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 90° .

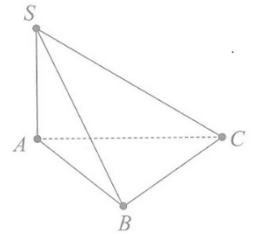
B. 45° .

C. 30° .

D. 60° .

Giải

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC) . Do đó $(SC, (ABC)) = (SC, AC) = \angle SCA$. Tam giác ABC vuông tại B , $AB = a\sqrt{3}$ và $BC = a$ nên $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2} = 2a$. Do đó tam giác SAC vuông cân tại A nên $\angle SCA = 45^\circ$. Vậy $(SC, (ABC)) = 45^\circ$.



Chọn B

Câu 37. Cho tập hợp $S = \{1; 2; 3; \dots; 17\}$ gồm 17 số nguyên dương đầu tiên. Chọn ngẫu nhiên một tập con có 3 phần tử của tập hợp S . Tính xác suất để tập hợp được chọn có tổng các phần tử chia hết cho 3.

A. $\frac{27}{34}$

B. $\frac{23}{68}$

C. $\frac{9}{34}$

D. $\frac{9}{17}$

Giải

Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử trong 17 phần tử của tập S có $C_{17}^3 = 630$ cách chọn.

$$\Rightarrow n(\Omega) = C_{17}^3 = 630$$

Gọi A là biến cố: “Chọn ngẫu nhiên 3 phần tử của tập S sao cho tổng của 3 phần tử chia hết cho 3”.

Trong tập hợp S có 5 số chia hết cho 3 là $\{3; 6; 9; 12; 15\}$, có 6 số chia 3 dư 1 là $\{1; 4; 7; 10; 13; 16\}$ và có 6 số chia 3 dư 2 là $\{2; 5; 8; 11; 14; 17\}$.

Giả sử số được chọn là $a, b, c \Rightarrow (a + b + c)$ chia hết cho 3.

TH1: Cả 3 số a, b, c đều chia hết cho 3 $\Rightarrow$ Có $C_5^3 = 10$ cách chọn.

TH2: Cả 3 số a, b, c chia 3 dư 1 $\Rightarrow$ Có $C_6^3 = 20$ cách chọn.

TH3: Cả 3 số a, b, c chia 3 dư 2 $\Rightarrow$ Có $C_6^3 = 20$ cách chọn.

TH4: Trong 3 số a, b, c có 1 số chia hết cho 3, 1 số chia 3 dư 1, 1 số chia 3 dư 2 $\Rightarrow$ Có $5.6.6 = 180$ cách chọn.

$$\Rightarrow n(A) = 10 + 20 + 20 + 180 = 230 \Rightarrow P(A) = \frac{230}{680} = \frac{23}{68}$$

Chọn B

Câu 38. Hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm I thuộc cạnh BC . Tính khoảng cách từ A tới mặt phẳng $(A'BC)$.

A. $\frac{2}{3}a$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$

D. $\frac{1}{3}a$

Giải

Trong (ABC) kẻ $AH \perp BC$ ta có

$$\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp A'I \quad (A'I \perp (ABC)) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BC)$$

$$\Rightarrow d(A; (A'BC)) = AH$$

Xét tam giác vuông ABC có:

$$AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{a \cdot 2a}{\sqrt{a^2 + 4a^2}} = \frac{2\sqrt{5}a}{5}$$

Chọn C

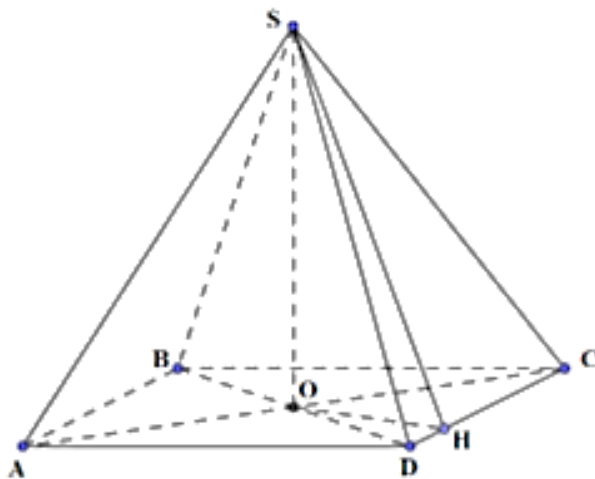
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O , $AB = a$, $\angle BAD = 60^\circ$, $SO \perp (ABCD)$ và mặt phẳng (SCD) tạo với đáy một góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$

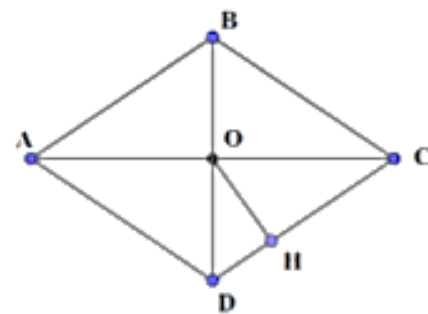
B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$

C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{48}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

Giải

Kẻ $OH \perp CD, (H \in CD)$.



Ta

có:

$$\begin{cases} CD \perp OH \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOH) \Rightarrow \angle((SCD); (ABCD)) = \angle SHO = 60^\circ$$

$$ABCD \text{ là hình thoi tâm } O, \angle BAD = 60^\circ \Rightarrow \Delta BCD \text{ đều, } OH = \frac{1}{2}(B; CD) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

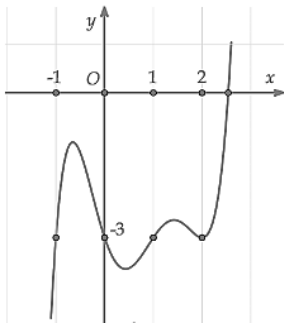
$$\Delta SOH \text{ vuông tại } O \Rightarrow SO = OH \cdot \tan \angle H = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{4}$$

$$\text{Diện tích hình thoi } ABCD: S_{ABCD} = 2S_{ABC} = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Tính thể tích khối chóp } S.ABCD: V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Chọn B

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(3x) + 9x$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$ là

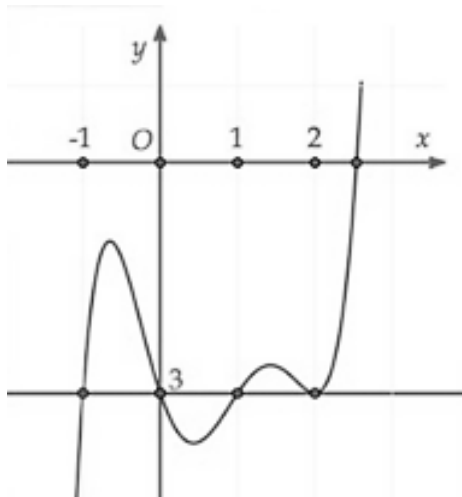
- A. $f(1)$ B. $f(1) + 2$ C. $f\left(\frac{1}{3}\right)$ D. $f(0)$

Giải

Đặt $t = 3x$ thì $t \in [-1; 1]$ và ta đưa về xét $g(t) = f(t) + 3t$

Ta có

$$g'(t) = f'(t) + 3 = 0 \Leftrightarrow f'(t) = -3 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = -1 \\ t_2 = 0 \\ t_3 = 1 \\ t_4 = 2 \end{cases}$$



Về BBT cho $g'(t)$ trên $[-1;1]$, ta thấy trong đoạn $[-1;1]$, hàm số $g'(t)$ đổi dấu từ + sang – qua

$t_2 = 0$, vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $g(0) = f(0) + 0$

Chọn D

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 3$ và $f(x) + xf'(x) = 4x + 1$ với mọi $x > 0$. Tính $f(2)$.

A. 5

B. 3

C. 6

D. 2

Giải

$$f(x) + xf'(x) = 4x + 1 \Leftrightarrow (xf'(x))' = 4x + 1$$

Lấy nguyên hàm hai vế theo x ta được $xf(x) = 2x^2 + x + C$.

$$\text{Mà } f(1) = 3 \text{ nên ta có } 1 \cdot f(1) = 2 \cdot 1^2 + 1 + C \Leftrightarrow 3 = 3 + C \Rightarrow C = 0$$

$$\text{Từ đó } xf(x) = 2x^2 + x \Rightarrow f(x) = 2x + 1 \text{ (do } x > 0)$$

$$\text{Suy ra } f(2) = 2 \cdot 2 + 1 = 5.$$

Chọn A

Câu 42. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 3| = |z - 1|$ và $(z + 2)(\bar{z} - i)$ là số thực. Tính $a + b$

A. -2.

B. 0.

C. 2.

D. 4.

Giải

Ta có $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$+) |z - 3| = |z - 1| \Leftrightarrow |a - 3 + bi| = |a - 1 + bi| \Leftrightarrow \sqrt{(a - 3)^2 + b^2} = \sqrt{(a - 1)^2 + b^2}$$

$$\Leftrightarrow (a - 3)^2 + b^2 = (a - 1)^2 + b^2 \Leftrightarrow -4a + 8 = 0 \Leftrightarrow a = 2.$$

$$+) (z + 2)(\bar{z} - i) = (a + bi + 2)(a - bi - i) = [(a + 2) + bi][a - (b + 1)i]$$

$$= a(a + 2) + b(b + 1) - (a + 2b + 2)i.$$

$$(z + 2)(\bar{z} - i) \text{ là số thực } \Leftrightarrow a + 2b + 2 = 0.$$

Thay $a = 2$ tìm được $b = -2$. Vậy $a + b = 0$.

Chọn B

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x & \text{khi } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$. Tính $\int_0^{e^2-1} \frac{\ln(x+1)}{x+1} dx$

A. $\frac{7}{2}$.

B. 1.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Giải

$$\text{Đặt } t = \ln(x + 1) \Rightarrow dt = \frac{1}{x + 1} dx$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x_2 = e^2 - 1 \Rightarrow t_2 = \ln(e^2 - 1 + 1) = 2 \\ x_1 = 0 \Rightarrow t_1 = \ln(0 + 1) = 0 \end{cases}$$

Ta có: $\int_0^2 f(t) dt = \int_0^1 f(t) dt + \int_1^2 f(t) dt = \int_0^1 3x^2 + \int_1^2 4 - x = \frac{7}{2}$

Chọn A

Câu 44. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = -1 \end{cases}$

$d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua M và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 có véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_\Delta(1; a; b)$, tính $a+b$

A. $a+b = -1$

B. $a+b = -2$

C. $a+b = 2$

D. $a+b = 1$

Giải

Gọi $A(t; 1-t; -1), B(-1+2t'; 1+t'; -2+t')$ là giao điểm của Δ với d_1, d_2 .

Khi đó $\vec{MA} = (t-1; 2-t; -3), \vec{MB} = (-2+2t'; 2+t'; -4+t')$

Ba điểm M, A, B cùng thuộc Δ nên $\vec{MA} = k\vec{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} t-1 = k(-2+2t') \\ 2-t = k(2+t') \\ -3 = k(-4+t') \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ kt' = \frac{1}{3} \\ k = \frac{5}{6} \end{cases}$

Do đó $A(0; 1; -1) \Rightarrow \vec{MA} = (-1; 2; -3) \Rightarrow \vec{u}_\Delta = (1; -2; 3)$ là một VTCP của Δ hay $a = -2, b = 3 \Rightarrow a+b = 1$

Chọn D

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên dương y để tập nghiệm của bất phương trình $(\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) < 0$ chứa tối đa 1000 số nguyên.

A. 9

B. 10

C. 8

D. 11

Giải

TH1. Nếu $y = \sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$

TH2. Nếu $y > \sqrt{2} \Rightarrow (\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) < 0 \Leftrightarrow 2^{\sqrt{2}} < x < 2^y$. Tập nghiệm của BPT chứa tối đa 1000 số nguyên $\{3; 4; \dots; 1002\} \Leftrightarrow 2^y \leq 1003 \Leftrightarrow y \leq \log_2 1003 \approx 9,97 \Rightarrow y \in \{2; \dots; 9\}$

TH3. Nếu $y < \sqrt{2} \Rightarrow y = 1 \Rightarrow (\log_2 x - \sqrt{2})(\log_2 x - y) < 0 \Leftrightarrow 1 < \log_2 x < \sqrt{2} \Leftrightarrow 2 < x < 2^{\sqrt{2}}$. Tập nghiệm không chứa số nguyên nào

Chọn C

Câu 46. Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = 12$ và $|z_2 - 3 - 4i| = 5$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là:

A. 0.

B. 2

C. 7

D. 17

Giải

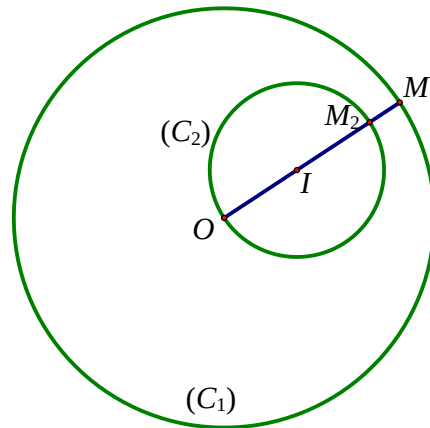
Gọi $z_1 = x_1 + y_1i$ và $z_2 = x_2 + y_2i$, trong đó $x_1, y_1, x_2, y_2 \in \mathbb{R}$; đồng thời $M_1(x_1; y_1)$ và

$M_2(x_2; y_2)$ lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2 .

Theo giả thiết, ta có:
$$\begin{cases} x_1^2 + y_1^2 = 144 \\ (x_2 - 3)^2 + (y_2 - 4)^2 = 25 \end{cases}$$

Do đó M_1 thuộc đường tròn (C_1) có tâm $O(0;0)$ và bán kính $R_1 = 12$, M_2 thuộc đường tròn (C_2) có tâm $I(3;4)$ và bán kính $R_2 = 5$.

Mặt khác, ta có $\begin{cases} O \in (C_2) \\ OI = 5 < 7 = R_1 - R_2 \end{cases}$ nên (C_2) chứa trong (C_1) .

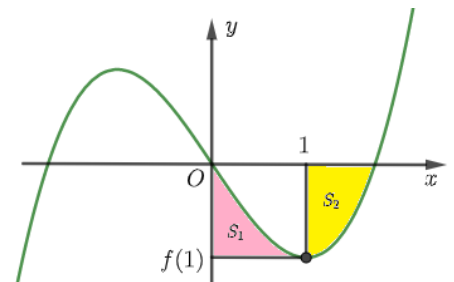


Khi đó $|z_1 - z_2| = M_1M_2$. Suy ra $|z_1 - z_2|_{\min} \Leftrightarrow (M_1M_2)_{\min} \Leftrightarrow M_1M_2 = R_1 - 2R_2 = 2$.

Chọn B

Câu 47. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và thỏa mãn $[f(x)+1]$ và $[f(x)-1]$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2 + 8S_1$

- A. 4 B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 9



Giải

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ theo giả thiết có
$$\begin{cases} f(x)+1 = a(x-1)^2(x+m) \\ f(x)-1 = a(x+1)^2(x+n) \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \begin{cases} f(1)+1=0 \\ f(-1)-1=0 \\ f(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d+1=0 \\ -a+b-c+d-1=0 \\ d=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=0 \\ c=-\frac{3}{2} \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x$$

Với $x=1 \Rightarrow f(1) = -1$

Ta có: $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{cases}$

$$S_1 \text{ là diện tích giới hạn bởi đồ thị } y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x, y = -1, x = 0, x = 1 \Rightarrow S_1 = \int_0^1 \left| \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 1 \right| dx = \frac{3}{8} \quad (1)$$

$$S_2 \text{ là diện tích giới hạn bởi đồ thị } y = \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}x, y = 0, x = 1, x = \sqrt{3} \Rightarrow S_2 = \int_1^{\sqrt{3}} \left| \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}x \right| dx = \frac{1}{2} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1), (2)} \Rightarrow 2S_2 + 8S_1 = 2 \cdot \frac{1}{2} + 8 \cdot \frac{3}{8} = 4$$

Chọn A

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x, y) với $1 \leq x \leq 2020$ thỏa mãn $x(2^y + y - 1) = 2 - \log_2 x^x$

A. 4

B. 9

C. 10

D. 11

Giải

Ta có $x(2^y + y - 1) = 2 - \log_2 x^x \Leftrightarrow x \log_2 x + x(2^y + y - 1) = 2$. Đặt $t = \log_2 x \Leftrightarrow x = 2^t$. Khi đó

$$2^t \cdot t + 2^t (2^y + y - 1) = 2 \Leftrightarrow t + 2^y + y - 1 = 2^{1-t} \Leftrightarrow 2^y + y = 2^{1-t} + (1-t)$$

$$\Leftrightarrow y = 1 - t \Leftrightarrow t = 1 - \log_2 x \Leftrightarrow \log_2 x = 1 - y \Leftrightarrow x = 2^{1-y}$$

$$\text{Vì } 1 \leq x \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 2^{1-y} \leq 2020 \Leftrightarrow 0 \leq 1 - y \leq \log_2 2020 \Leftrightarrow 1 - \log_2 2020 \leq y \leq 1$$

Khi đó $y \in \{-9; \dots; 1\}$, $x = 2^{1-y} \Rightarrow 11 \cdot 1 = 11$ cặp số nguyên thỏa mãn

Chọn D

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $f(0) = 1$ và đồ thị hàm số

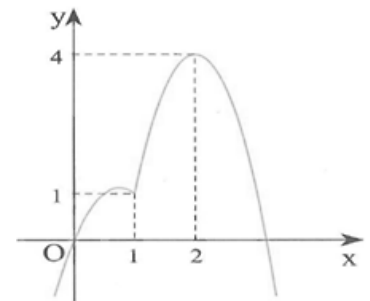
$y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = |f(3x) - 9x^3 - 1|$ đồng biến trên khoảng:

A. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(0; 2)$

D. $\left(0; \frac{2}{3}\right)$



Giải

$$\text{Đặt } g(x) = f(3x) - 9x^3 - 1$$

$$\Rightarrow g'(x) = 3f'(3x) - 27x^2$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(3x) = (3x)^2 (*)$$

Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, ta vẽ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = x^2$ như hình bên.

$$\text{Từ đồ thị hàm số ta có } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ 3x = 1 \\ 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(3x) > (3x)^2 \Leftrightarrow 0 < x < \frac{2}{3}.$$

$$\Rightarrow g'(x) < 0$$

trên

$$(-\infty; 0); \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Ta có } g(0) = f(0) - 9 \cdot 0^3 - 1 = 0.$$

Bảng biến thiên của hàm số

$$y = g(x).$$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số

$$y = |g(x)| \text{ đồng biến trên } \left(0; \frac{2}{3}\right).$$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$	
y'	-	0	+	+	0	-
y	$+\infty$			$g(\frac{2}{3})$		$-\infty$

Chọn D

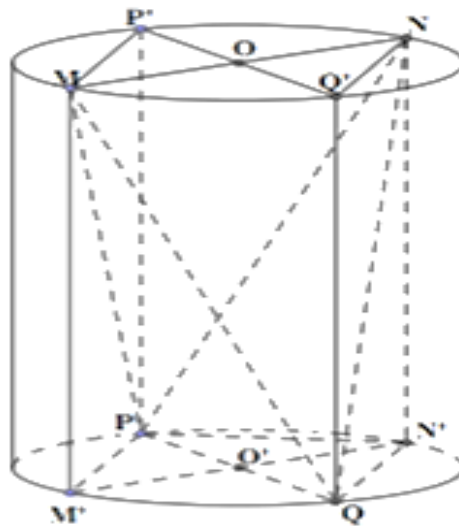
Câu 50. Một người thợ có một khối đá hình trụ. Kẻ hai đường kính MN, PQ của hai đáy sao cho $MN \perp PQ$. Người thợ đó cắt khối đá theo các mặt cắt đi qua 3 trong 4 điểm M, N, P, Q để thu được khối đá có hình tứ diện MNPQ. Biết rằng $MN = 60$ cm và thể tích khối tứ diện MNPQ bằng $36 dm^3$. Tìm thể tích của lượng đá bị cắt bỏ (làm tròn kết quả đến 1 chữ số thập phân).

A. $133,6 dm^3$

B. $113,6 dm^3$

C. $143,6 dm^3$

D. $123,6 dm^3$

GiảiDựng hình lăng trụ $MP'NQ'.M'PN'Q$ (như hình vẽ)

Khi

đó,

ta

có:

$$V_{MNPQ} = V_{MP'NQ'.M'PN'Q} - (V_{P.MNP'} + V_{Q.MNQ'} + V_{M.M'PQ} + V_{N.N'PQ}) = V_{MP'NQ'.M'PN'Q} - 4 \cdot V_{P.MNP'}$$

$$= V_{MP'NQ'.PN'Q} - 4 \cdot \frac{1}{2} V_{P.MQ'NP'} = V_{MP'NQ'.M'PN'Q} - 2V_{P.MQ'NP'}$$

$$= V_{MP'NQ'.PN'Q} - 2 \cdot \frac{1}{3} V_{MP'NQ'.PN'Q}$$

$$= \frac{1}{3} V_{MP'NQ'.PN'Q}.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} V_{MP'NQ'.PN'Q} = 36(dm^3) \Leftrightarrow V_{MP'NQ'.PN'Q} = 108(dm^3)$$

Do $MN \perp PQ, PQ // P'Q'$ nên $MN \perp P'Q' \Rightarrow MP'NQ'$ là hình vuông

$$\text{Ta có: } MN = 60\text{cm} \Rightarrow \begin{cases} MQ = \frac{60}{\sqrt{2}} = 30\sqrt{2}(\text{cm}) = 3\sqrt{2}(\text{dm}) \\ OM = \frac{60}{2} = 30(\text{cm}) = 3(\text{dm}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_{MP'NQ'} = (3\sqrt{2})^2 = 18(\text{dm}^2)$$

$$V_{MP'NQ'.PN'Q} = S_{MP'NQ'}.h \Rightarrow 18h = 108 \Leftrightarrow h = 6(\text{dm})$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi R^2 h = \pi \cdot OM^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi(\text{dm}^3)$$

$$\text{Thể tích của lượng đá bị cắt bỏ là: } 54\pi - 36 \approx 133,6(\text{dm}^3).$$

Chọn A

----- *Heb* -----

Chúc các em thành công

